

CTC PRESENTS

これからの世界を読み解く

数学体感教室 2024

15th サマーウォーズ



©2009 SUMMERWARS FILM PARTNERS

CTCと、未来へ挑もう

私たちの生活やビジネスで欠かせないデジタル・テクノロジー。

AIも、メタバースも、プログラミングも、数学がその発展に大きく貢献しています。

CTCは、最先端のテクノロジーで社会のデジタル化を支える企業として、
数学の世界に挑む、そして変化する未来に挑む次世代を応援しています。



「数学体感教室」キャラクター。数学大好きなキツネのFoX君

伊藤忠テクノソリューションズ株式会社 www.ctc-g.co.jp

CTC
Challenging Tomorrow's Changes

数学は世界をつなぐ共通の言語

数学の奥深さや面白さをお伝えする CTC PRESENTS「数学体感教室」シリーズ。

今回は、今年で劇場公開15周年を迎えた映画「サマーウォーズ」とコラボレーションしました。

数学が得意で国際数学オリンピック日本代表を目指した主人公の小磯健二君にちなみ、

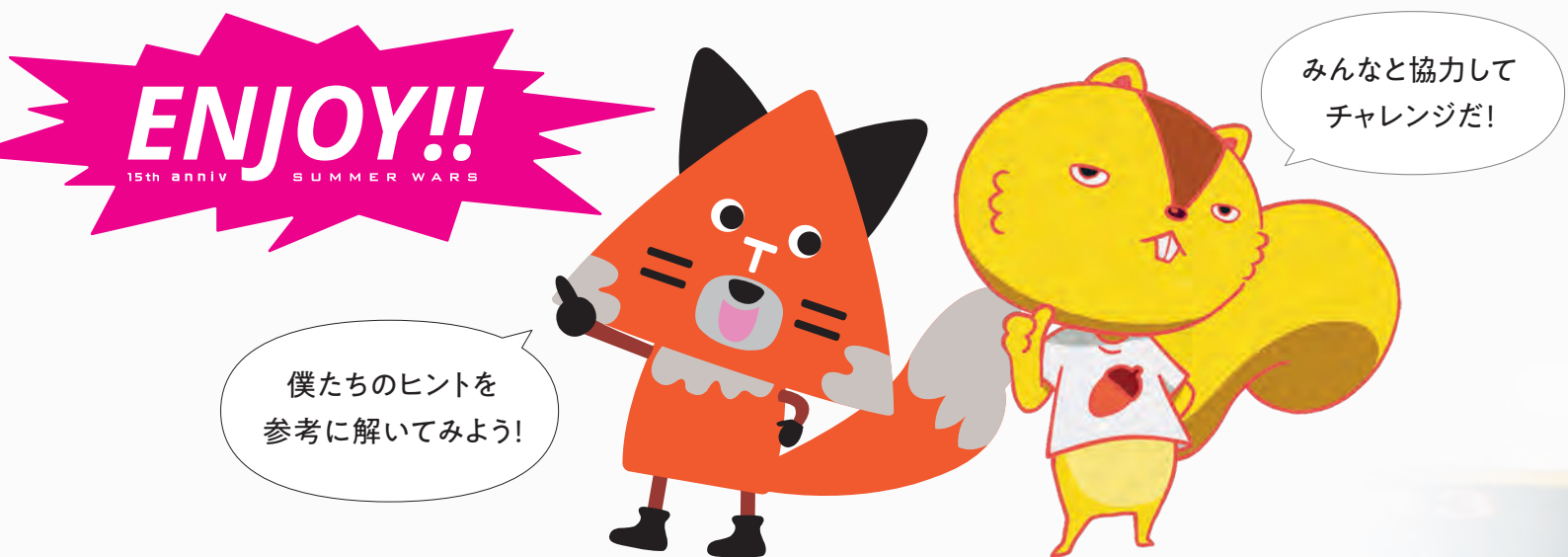
数学オリンピック財団の協力のもと、数学オリンピックに関連した過去の問題、12問※を紹介しています。

いずれも難問ですが、「つながりこそが、ボクらの武器」をキャッチコピーとする

サマーウォーズの仮想世界「OZ」をENJOYしながら、ぜひチャレンジしてみてください。

数学は言葉の壁を超える共通の言語。自由な発想と創造力で、世界とつながっていきましょう。

※問題は、数学オリンピック財団の協力のもと、過去の日本ジュニア数学オリンピック予選問題(問題1~6)、日本数学オリンピック予選問題(問題7~10)、及び、国際数学オリンピック問題(問題11~12)よりピックアップしています。特設サイトでは、すべての解答と、問題1~10の解説を掲載していますので、あわせてチェックしてみてください。



INTERVIEW

STEAM教育者、数学研究者、ジャズピアニスト 中島 さち子 氏

数学の面白さは先入観のない自由さ

物事の本質を抽象化して考えていく「数理的思考」

今はインターネットの発展により、誰もが音楽家や詩人になれる“創造性の民主化”の時代。次から次へと劇的な変化が起き、当たり前だと思っていた常識が通用しなくなっています。すると「なぜこの法律は生まれたのか」などと根本に立ち戻ることが重要になってきます。この時に大事になるのが「コンピューショナル・シンキング」(Computational Thinking)。日本では「計算論的思考」と訳されていますが、私は「数理的思考」と訳していますが、私は「数理的思考」と訳すべきと思っている言葉です。この言葉にはアルゴリズム的な考えもあるのですが、物事の本質を俯瞰的にモデル化し、抽象化して考えるという意味合いも含まれます。人の感性は経験則から時々「これは正しい」「あれは変だ」と思考にバイアスをかけてきます。この時に「本当にそうなのかな」と立ち戻ってみると、先入観に満ちてしまう前の自由な思考状態に引き戻されます。これができるのが数理的思考です。ロジカルに物事を捉えることで、本質的に大事なものを見出してくれます。

また、数学の面白さは、自由な考え方にあります。見方を自由に変えることで、全然違う姿が見られる。当たり前だと思っていることを裏切っていく。数学はアートや哲学に近いものと考えています。そして、なかなか

問題が解けないのも数学の魅力のひとつ。時間がかかるということは、ほとんど失敗しているわけです。ただ悪戦苦闘を繰り返すうちに、だんだん感覚が研ぎ澄まされる。このプロセスが結構楽しいのです。

身の回りの自分の好きなものの中に数学がある

今の数学は、さまざまな分野とつながっています。例えば「チューリング・パターン」は、エンゼルフィッシュなどの柄がどのようにできるのかという生物学的な疑問が、シンプルな数理解モデルで説明できるというもの。生成AIも同じように、脳科学の中のモデルを数理的に捉えて、人間のように時には失敗しながら試行錯誤して学んでいく。「どんなアルゴリズムでAIは動いているのか」「数学がIT技術にどのように生かされているのか」、感覚的でもいいので、ある程度知っておくことはとても大事です。

数学に興味を持つようになるためには、身近なものの中に数学を探してみることです。「水滴はなぜ丸くなるのか」「水が0度になると氷になるのはなぜか」など日常に数学は隠れています。「本当にそうなのかな」と疑問を感じ、紙を切ったり、折ったりして、試してみるのもいいでしょう。「自分が好きなものと数学がどのようにつながっているのか」という発想を持ってみてください。数学者もたくさん



なかしま さち子 / 高校2年生の時に国際数学オリンピック(IMO)にて日本人女性初の金メダルを獲得。株式会社steAm代表取締役社長、大阪・関西万博テーマ事業プロデューサー、内閣府STEM Girls Ambassador、2023IMO実行委員。

日本ジュニア数学オリンピック予選問題

問題1. 式変形と場合の数の問題

$a < b < c$ をみたす正の整数の組 (a, b, c) であって、

$$a^2 - 20005a > b^2 - 20005b > c^2 - 20005c$$

が成り立つものはいくつあるか。

問題2. 平面幾何の問題

辺ADと辺BCが平行である台形ABCDがあり、 $\angle A = \angle B = 90^\circ$ 、 $AB = 8$ 、 $BC = 11$ 、 $DA = 6$ が成り立っている。辺AB、BC、CD、DA上にそれぞれ点P、Q、R、Sがあり、四角形PQRSは正方形である。このとき、CRの値を求めよ。ただし、XYで線分XYの長さを表すものとする。

問題3. 整数の性質と場合の数の問題

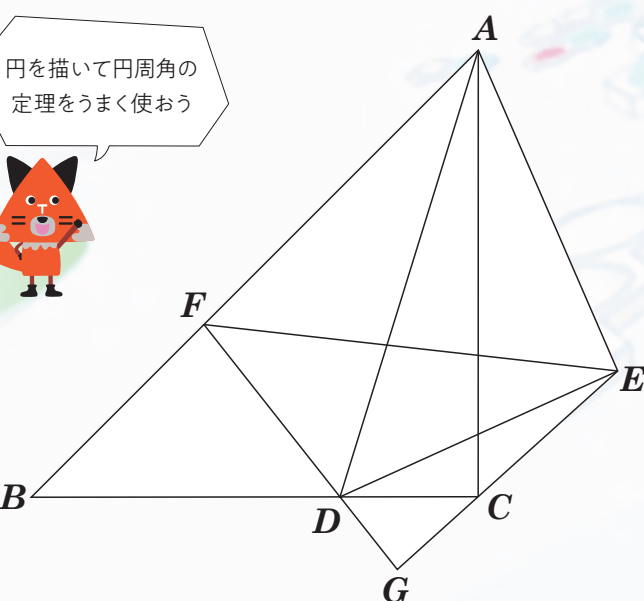
最大公約数が1である正の整数の組 $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6)$ であって、

$$\frac{a_1}{a_2}, \frac{2a_2}{a_3}, \frac{3a_3}{a_4}, \frac{4a_4}{a_5}, \frac{5a_5}{a_6}, \frac{6a_6}{a_1}$$

がすべて整数となるようなものはいくつあるか。

問題4. 平面幾何の問題

それぞれ角ACB、角AED、角EGFが直角であるような3つの直角二等辺三角形ABC、ADE、EFGが下図のように重なっている。五角形ABDGEの面積が23であり、 $AB = 8$ 、 $FD > DG$ のとき、線分FDの長さを求めよ。ただし、XYで線分XYの長さを表すものとする。



問題5. 整数の性質の問題

$p \leq q$ なる素数の組 (p, q) であって、 $15(p-1)(q-1)$ が pq の倍数となるようなものすべてについて、 pq を足し合わせた値を求めよ。

問題6. 場合の数の問題

白い石、黒い石合わせて2024個を横一列に並べたところ、右隣に白い石が置かれている黒い石の個数より、左隣に白い石が置かれている黒い石の個数の方が大きくなった。このような並べ方は何通りあるか。

日本数学オリンピック予選問題

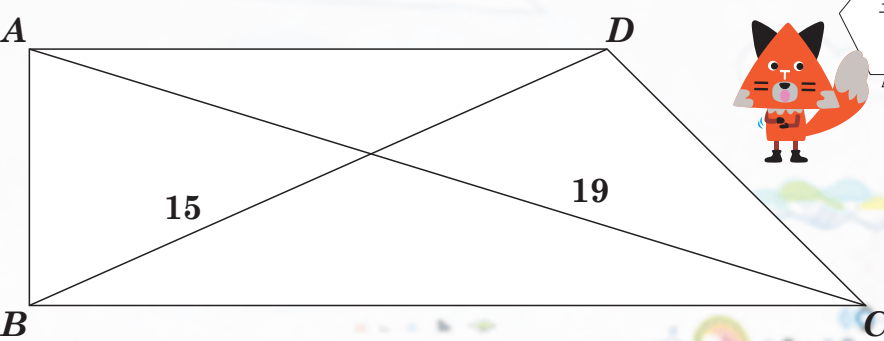
問題7. 代数の問題

整数係数2次多項式 P, Q, R は以下の条件をみたすとする。このとき $R(x)$ として考えられるものをすべて求めよ。

- $P(1) = P(2) = Q(3) = 0$ 。
- 任意の実数 x に対して $P(x)^2 + Q(x)^2 = R(x)^2$ が成り立つ。
- P, Q, R のすべての係数を割りきる2以上の整数はない。
- P, Q の2次の係数は0ではなく、 R の2次の係数は正である。

問題8. 平面幾何の問題

四角形ABCDが、 $\angle A = \angle B = 90^\circ$ 、 $\angle C = 45^\circ$ 、 $AC = 19$ 、 $BD = 15$ をみたすとき、その面積を求めよ。ただし、XYで線分XYの長さを表すものとする。

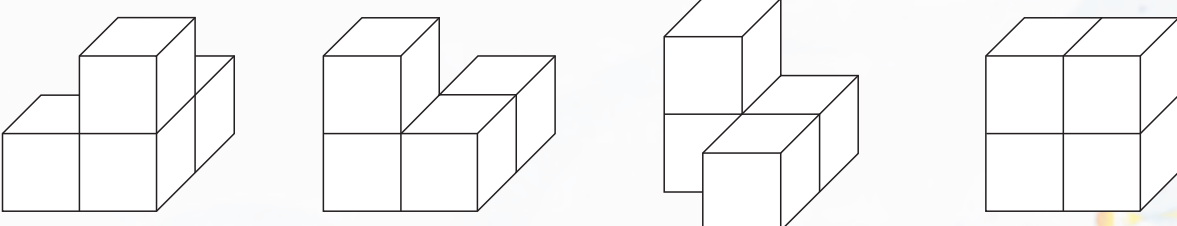


問題9. 平面幾何の問題

三角形ABCの内部に点Pがある。 $AP = \sqrt{3}$ 、 $BP = 5$ 、 $CP = 2$ 、 $AB : AC = 2 : 1$ 、 $\angle BAC = 60^\circ$ であるとき、三角形ABCの面積を求めよ。ただし、XYで線分XYの長さを表すものとする。

問題10. 場合の数の問題

下図のように、一辺の長さが1の立方体4個からなるブロックが4種類ある。このようなブロック4個を $2 \times 2 \times 4$ の直方体の箱にはみ出さないように入れる方法は何通りあるか。ただし、同じ種類のブロックを複数用いてもよく、ブロックは回転させて入れてもよい。また、箱を回転させて一致する入れ方は異なるものとして数える。



国際数学オリンピック問題

問題11. 不等式の証明の問題

実数 a, b, c, d は $a \geq b \geq c \geq d > 0$ および $a + b + c + d = 1$ を満たしている。このとき

$$(a + 2b + 3c + 4d) a^a b^b c^c d^d < 1$$

であることを示せ。

問題12. 関数方程式の問題

$\mathbb{Z}$ を整数全体からなる集合とする。関数 $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ であって、任意の整数 a, b に対して

$$f(2a) + 2f(b) = f(f(a+b))$$

をみたすものをすべて求めよ。

解答

- | | | | | | | | |
|---|-----------------|----|---------------|-----|-------------------|--------------|----------------|
| 1 | 333433340000個 | 2 | $\frac{3}{2}$ | 3 | 15876個 | 4 | $2 + \sqrt{2}$ |
| 5 | 31 | 6 | 2^{2022} 通り | 7 | $5x^2 - 18x + 17$ | 8 | 68 |
| 9 | $6 + 7\sqrt{3}$ | 10 | 379通り | ※11 | 12 | の解答は特設サイトに記載 | |

問題の解説などを特設サイトで紹介!

日本ジュニア数学オリンピック予選問題(問題1~6)と日本数学オリンピック予選問題(問題7~10)の解答・解説、及び、国際数学オリンピック問題(問題11~12)の解答を特設サイトで紹介しています。詳しくはこちらからアクセスしてください▶



今日のOZは
数学体感教室だ!

CHALLENGING
TOMORROW'S
CHANGES

変わっていく。挑んでいく。

CTC
Challenging Tomorrow's Changes

伊藤森テクノソリューションズ株式会社
www.ctc-g.co.jp