

CTC PRESENTS
これからの世界を読み解く

数学体感教室 特別補講編

FOX君を作ってみてわかった! 正四面体の謎

最も美しい対称性を持つ立体。そのひとつといわれる正四面体の謎をFOX君と一緒に解明していきます。正四面体の顔と耳を持つFOX君の展開図を組み立て、その構造をまず理解。定義や公式なども学びます。これであなたも正四面体博士の仲間入り!?



一緒に解明していきましょう!



完成イメージ

FOX君の正四面体の展開図
作り方公開中!

数学体感チャレンジの答えもwebで公開中



FOX君のペーパークラフトを作って納得!

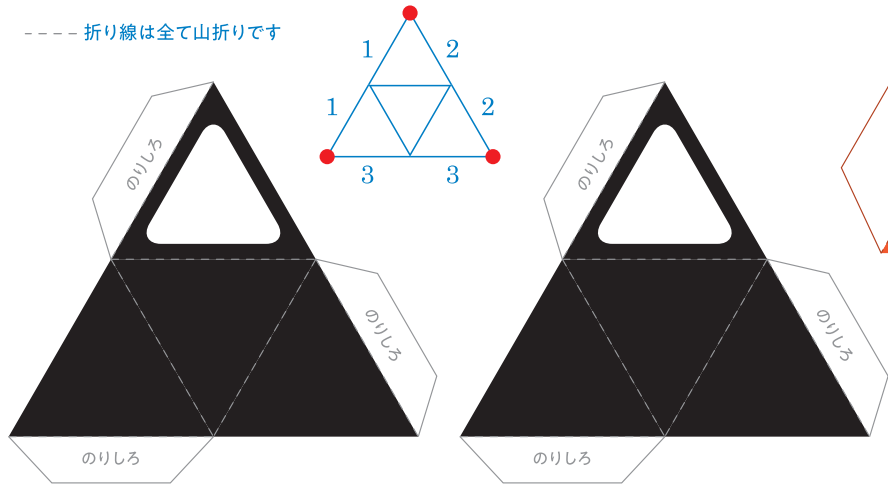
正四面体の展開図を組み立てよう

構造を立体的に理解するため、はさみとのりを用意して、正四面体の顔と耳を持つFOX君を完成させよう!

耳を作ろう

- 「1と1」、「2と2」、「3と3」、それぞれ3つの辺を接着します。
- 赤い3つの頂点は組み立てたときに一致します。

----- 折り線は全て山折りです



----- 折り線は全て山折りです



指を切らないように
気を付けてね

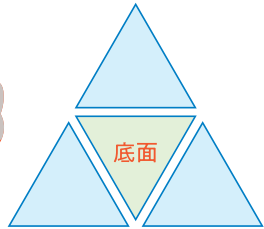
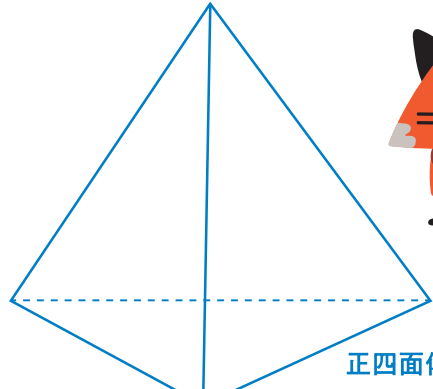
顔を作ろう

- 「1と1」、「2と2」、「3と3」、それぞれ3つの辺を接着します。
- 赤い2つの頂点と緑の2つの頂点は、組み立てたときにそれぞれ一致します。

5種類しかない正多面体の1つ

正四面体とは?

正四面体は、同じ大きさの4つの正三角形を面にもつ四面体です。頂点の数は4つあり、6つの辺の全ての長さが等しくなっています。5種類しかない正多面体の中で、頂点・辺・面の数が最も少ない四面体です。



正四面体の特徴

- 4つの正三角形を面にもつ
- 全ての辺の長さは等しい

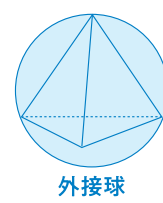
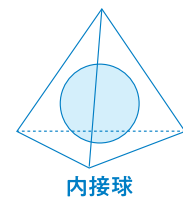
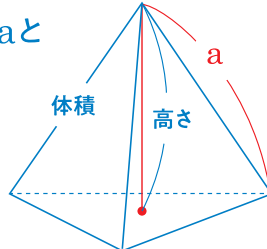
豆知識 正多面体は、正四面体、正六面体(立方体)、正八面体、正十二面体、正二十面体の5種類しか存在しません。「プラトン立体」とも呼ばれています。

「1辺の長さ」から全て分かる!

正四面体の公式

正四面体の1辺の長さをaとするとき

1つの面の面積 = $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ 高さ = $\frac{\sqrt{6}}{3} a$ 体積 = $\frac{\sqrt{2}}{12} a^3$
 内接球の半径 = $\frac{\sqrt{6}}{12} a$ 外接球の半径 = $\frac{\sqrt{6}}{4} a$



数学体感チャレンジ!

1辺の長さが4の場合、公式を使って求めてみましょう。

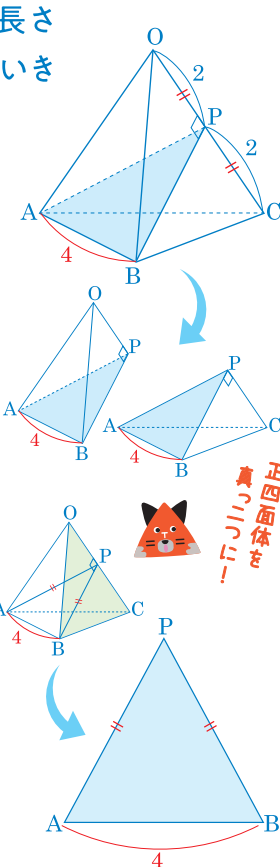
FOX君と一緒に体積を求めてみよう!

正四面体の体積の求め方

右上の公式を使わずに、1辺の長さが4の正四面体の体積を求めていきましょう。

1 正四面体を2等分に

1辺の長さが4の正四面体のOCの中点をPとして、切断面の△PABを底面とする高さ2の二等分された四面体ができます。この2つの体積の和が正四面体の体積となります。

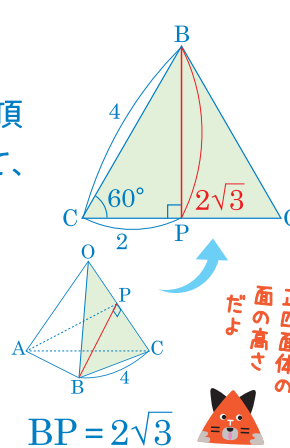
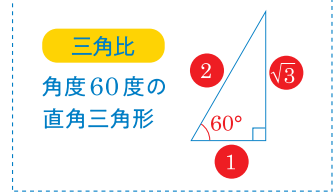


2 切断面が二等辺三角形に

切断面の△PABは、底辺ABが4、PA(正三角形△ACOの高さ部分)とPB(正三角形△BCOの高さ部分)が同じ長さの二等辺三角形になります。

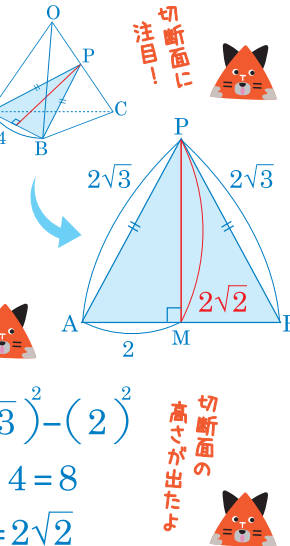
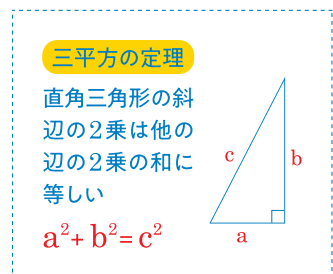
3 三角比でBPを求めよう

1辺の長さが4の正三角形△BCOの頂点Bから垂線をおろした交点をPとして、三角比を用いてBPの長さを求めます。



4 三平方の定理でPMを求めよう

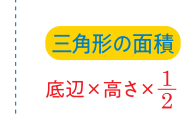
△PABの頂点Pから垂線をおろした交点をMとして、三平方の定理(ピタゴラスの定理)を用いてPMの長さを求めます。



5 底面積を求めよう

△PABの底面積を求めます。

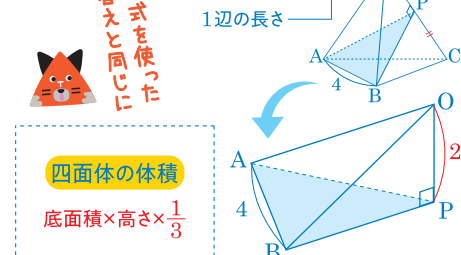
$$4 \times 2\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 4\sqrt{2}$$



6 体積を求めよう

正四面体O-ABCの体積を求めます。

$$4\sqrt{2} \times 2 \times \frac{1}{3} \times 2 = \frac{16\sqrt{2}}{3} = \frac{\sqrt{2}}{12} \times 4^3$$



一緒に覚えておこう!

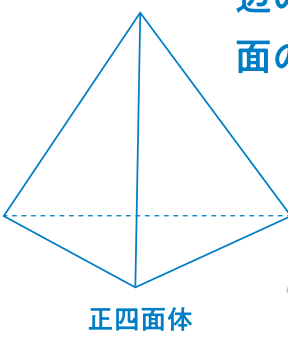
オイラーの多面体定理

穴のない多面体の辺、面、頂点の数に関する定理です。どの多面体においても、(頂点の数)-(辺の数)+(面の数)=2という公式が成り立ちます。

数学体感チャレンジ!

オイラーの多面体定理の公式を使って空欄(頂点の数)を求めてみましょう。

頂点の数:
 辺の数: 6
 面の数: 4



チャレンジ!

答えは、CTC。

伊藤忠テクノソリューションズ株式会社
www.ctc-g.co.jp