広告特集 企画・制作 朝日新聞社メディアビジネス局
監修 竹内 薫

CTC PRESENTS

これからの世界を読み解く 数学体感教室

コンピューターが当たり前のものとなり、AIの活用が期待される今、その基礎となる「数学」に注目が集まっています。そこで今回、数学がより身近になる特集をお届けします。これからの複雑な世界を読み解くにあたり、有名な定理や公式などの中から興味が持てるような項目を選びました。webではプログラミングも体感できます。知的好奇心をくすぐる「数学体感チャレンジ!」に、ぜひトライしてみてください。

本教室のチャレンジ法

まずはどんな公式や定理、定義があるかチェックして、簡単な説明を読んでみましょう。理解したら、「数学体感チャレンジ!」へ。気軽に挑戦してみてください。

1 名称　2 簡単な説明
3 数学体感チャレンジ! 実際に体感して楽しく学ぼう!

答えをwebで公開中　プログラムをwebで公開中

「答えをwebで公開中」のマーク(上記左)があるものは、問題の答えをweb上で確認できます。「プログラムをwebで公開中」のマーク(上記右)があるものは、プログラミング言語「Python(パイソン)」を使った、公式や定理、定義に関連するプログラム記述例をweb上で紹介しています。各プログラムの解説などについても記しています。詳しくはこちらからアクセスしてください▶

INTERVIEW／サイエンス作家 竹内 薫氏

数学は森羅万象を語る言語 人間社会の未来を予測する

数学は、ロケットを飛ばす計算、地震についての研究など幅広く使われ、森羅万象を語る言語といえます。数学が使いこなせるようになると、自然界や人間の活動について、より深く理解できるようになると思います。数学の本質に気付くと、数学そのものが面白くなってきます。子どもがゲームをやったり、サッカーをやったりして楽しいと感じる感覚と似ていますね。

人間や社会の活動は広い意味で「数学」といえる

数学を学ぶ際に大切なことは何でしょうか。まず第一に、とにかく自分で問題を解いてみること。答えを出す過程を筋道立てて考えることで、論理力が磨かれていきます。それから最適化の努力。相矛盾する条件の中で、一番良い解を試行錯誤で探し出していく。これは私たちの普段の活動でも行っていることですね。いろいろな状況の中で、最大の効果を上げるにはどういう行動をとるべきか。人間の活動は広い意味での数学といえるでしょう。

さらに数学の力で大事なのは、未来がどうなるかを予測していくことです。例えば宇宙探査機を飛ばす際には、軌道を確実に予測する計算が必要になります。もし軌道を外れてしまったら探査機を見失うことになりますから。このように完璧な予測が必要になる場合もありますが、経済予測のように確率的にしか予想できないこともあります。でも予測ができれば、これからの対策がしっかりとれます。数学を駆使して未来を予測することで、社会活動が成り立っているともいえます。

数学と大きなつながりがあるプログラミング

現代の生活に欠かせないインターネットは、基本的にプログラムの集まりです。プログラムは数学でいうところの関数に当たります。顧客情報を入力すると、承認されたという出力があり商品を発送する。これはXの値が決まると、Yの値が決まるという関数です。このような面で数学とプログラミングは大きなつながりを持っているといえます。

今はコンピューターを使えば、複雑な数学の答えも導き出せます。習得スピードは以前より速くなり、これまでできなかった学習もできるようになってきています。またプログラミングは、論理的に間違っているとエラーになるため、「これは動く」「これは動かない」と試行錯誤しながら肌感覚で学習を進められます。そのため、論理的思考力、問題解決能力をはじめとした、数学の力を高めるのに特に役に立つと感じています。

数学を肌で感じて楽しくチャレンジ!

今回の広告特集紙面は、数学を肌で感じながらチャレンジができるお題がそろっています。web上では、数学と関わりの深いプログラム記述例も公開しています。本当の数学は強制されるのではなく、自分で楽しく探検していくものです。そのきっかけにしてもらえればうれしいですね。

監修:サイエンス作家 竹内 薫氏
1960年東京生まれ。東京大学教養学部教養学科、同理学部物理学科卒。マギル大学大学院博士課程修了(理学博士)。「猫好きサイエンス作家」としてテレビやラジオなどでも活躍。2016年からは先端プログラミング教育を行うYESインターナショナルスクール校長を務める。

CTC未来財団

次世代のための財団

CTC未来財団は、「次世代の育成支援」を目的に伊藤忠テクノソリューションズ株式会社(略称:CTC)が設立。児童・青少年に対するIT教育の支援事業、ITを志す青少年に対する修学支援事業、障がいのある青少年に対する修学及び就労機会創出の支援事業を行っています。

裏も表もない不思議な物体【メビウスの帯】

1本の細長い帯を1回ねじって、端と端を貼り合わせた帯が「メビウスの帯」です。表と裏、外側と内側の区別がなくなる不思議な輪です。

数学体感チャレンジ!

メビウスの帯を作ってみよう!

細長い帯状の紙を1回ねじって、端と端をのりでくっつけましょう。帯の中央に切り込みを入れて、縦に1周するように切断してみましょう。輪は2個できるでしょうか?

豆知識 リサイクルマークのデザインにも使われています。

不思議な数字の並び方【魔方陣】

縦、横、斜めに並んだ数字の和の合計が、どの列も同じになる正方形のことです。「完全魔方陣」「親子方陣」などもあります。

数学体感チャレンジ!

魔方陣をつくろう!

右の図を1から25までの異なった数字で縦、横、斜めの合計が全て等しくなるように、空欄をうめましょう。

並んだ数字の合計が同じに?

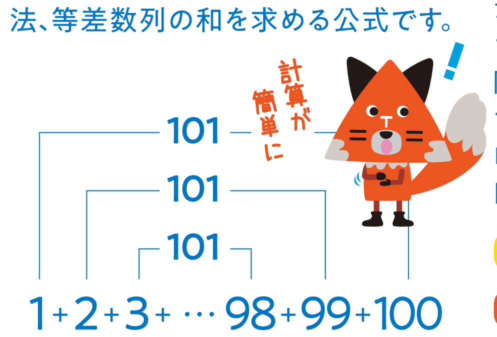
	24	2		8
17	10		21	4
23				
9	12	25		
		6	14	22

ヒント 縦、横、斜めの合計は65になります。

答えをwebで公開中

あっという間に答えが?【ガウスの計算方法】

「1から100までの数をすべて足すといくつでしょう」。こちらは、どのように計算しますか? 和を求めるガウスの方法、等差数列の和を求める公式です。



数学体感チャレンジ!

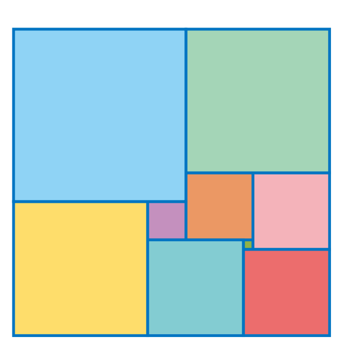
ガウスの計算方法を使って、1から100までの合計を計算しよう!

ガウス少年は、単純に1から100までを足していくのではなく、「1+100=101、2+99=101…で101が50個ある」として瞬時に答えを出したそうです。実際に計算をしてみましょう。

答えをwebで公開中
プログラムをwebで公開中

四角形の不思議な世界【完全正方形分割】

長方形や正方形を、すべて違う大きさの正方形だけで分割することです。長方形の場合、32×33の長方形をすべて異なる大きさの9個の正方形に分割するものが最小となります。



豆知識 正方形は、112×112の正方形を異なる大きさの21個の正方形で分割できることが、コンピューターで証明されました。

数学体感チャレンジ!

足りない2個の正方形は何cmと何cm?

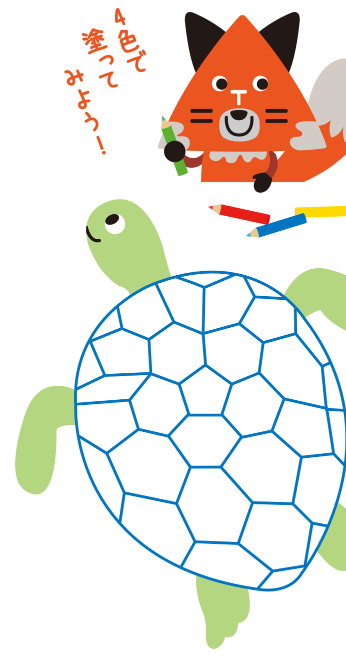
縦32cm×横33cmの長方形を左の図のように9個の正方形で分割します。1辺の長さが1cm、4cm、7cm、8cm、9cm、14cm、18cmの正方形が手元にあります。当てはめていくと残りの2個は何cmの正方形になるでしょうか? 実際に紙を切って答えを出してみませんか?

正方形を当てはめてみてね

答えをwebで公開中

必要な色は4色で十分【四色定理】

地図を塗り分ける場合、隣り合う地域同士が違う色になるには最低何色あればよいでしょうか? 同じ色にならないよう塗るには、4色あれば十分です。



数学体感チャレンジ!

四色定理を体感しよう!

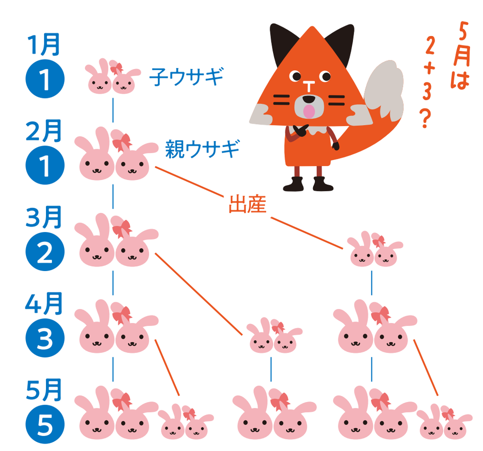
最大4色まで使って、右の図の各マスに色を塗ってください。ただし、隣り合うマスは異なる色でなくてはいけません。

ヒント 真ん中の五角形を取り囲む、5つの六角形から塗りはじめ、そこから外へ外へと進んでいくとよいでしょう。

答えをwebで公開中

自然界にも存在する数の並び【フィボナッチ数列】

「1,1,2,3,5,8…」と前の2項を足すと次項になる数列です。黄金比やヒマワリのらせんの数、木の枝の伸び方など、建築や自然界にもひそんでいます。



数学体感チャレンジ!

ウサギのつがいは1年間で何組になるかな?

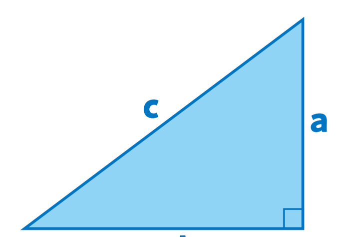
ウサギは生まれて1カ月たつと大人になり、2カ月目から毎月オスとメスのつがいを産むとします。1月に子ウサギのつがいがいました。3月にこのつがいに子供が生まれました。オスとメスです。来年の1月にはウサギのつがいは何組になっているでしょうか?

ヒント つがいの数を月ごとに数えると、「1,1,2,3,5,8…」とフィボナッチ数列になっています。

答えをwebで公開中

100通り以上の証明方法?【ピタゴラスの定理】

三平方の定理ともいわれ、直角三角形の辺の長さを求めるときに使われます。ピタゴラスが床のタイルを眺めているときに見つけたといわれています。



$$a^2+b^2=c^2$$

数学体感チャレンジ!

ピタゴラスの定理を証明しよう!

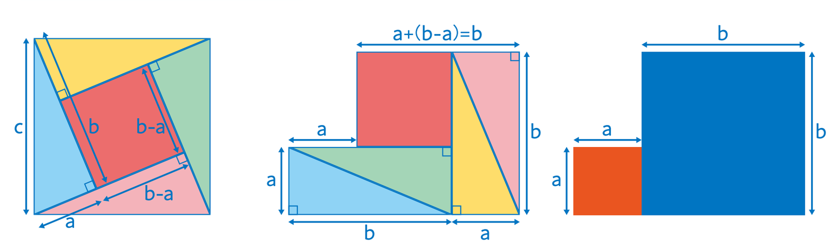


図-1　図-2　図-3

まずは紙とはさみで、同じ大きさの直角三角形を4つ作ります。その際、直角をはさむ2辺をa、b、斜辺をcとします。そして、1辺の長さがb-aになる正方形も1つ作ります。この5つの図形を、図-1のように並べると、1辺の長さがcの正方形になります。この時、正方形の面積は$c \times c=c^2$です。

次に、図-2のように図形を並べ替えます。すると図-3のように正方形が2つできることが分かります。左側の正方形は1辺がaのため、面積はa^2となり、右側の正方形は1辺がbのため、面積はb^2となります。2つの正方形を合わせた図形の面積はa^2+b^2となります。

図-1の図形と、図-2の図形は面積が同じなので、$a^2+b^2=c^2$となり、ピタゴラスの定理が証明されます。

パズル感覚で証明できるよ!

プログラムをwebで公開中

直感と実際の確率との矛盾【誕生日のパラドックス】

「誕生日が同じ人がいる確率はどれくらいか」を考えた時に、感覚的な数値と実際の確率の数値にズレが生じてしまうパラドックスです。

数学体感チャレンジ!

同じ誕生日の人がいる確率を計算しよう!

グラウンドでサッカーの試合をしています。11人対11人と主審1人の23人がいます。ピッチ内にいる23人の中で、同じ誕生日の人がいる確率は何%になるでしょうか? 5%? 25%? 50%? 1年は365日とします。

ヒント 余事象の考え方、つまり誕生日が同じ人がいない確率を使って計算してみましょう。

答えをwebで公開中
プログラムをwebで公開中

倍数で素数を探し出す【エラトステネスのふるい】

およそ2000年以上も前に考え出され、素数を見つけ出すことができる方法として現在でも使われています。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

答えをwebで公開中
プログラムをwebで公開中

数学体感チャレンジ!

100までの素数を見つけよう!

左記の数表を使って素数を見つけていきましょう。

- まず、素数の定義より1は素数ではないので表から1を消します。
- 最初の素数2は残して、2の倍数を表から全て消します。
- 3も素数ですのでそのままにして、3の倍数を表から全て消します。
- 続いて4ですが、これは2を考えたときに消したので、飛ばして5にいきましょう。

このように、5以降も繰り返していきます。

ヒント 素数とは、1と自分自身でしか割り切れない、1以外の数です。

円周は直径の何倍になるの?【円周率】

古代ギリシャの数学者アルキメデスは、円に内接・外接する正多角形から、「取りつくし法」を用いて、円周率を求めていきました。

数学体感チャレンジ!

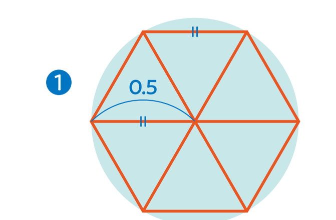
取りつくし法で円周率を考えよう!

直径1の円に内接する正六角形❶と、外接する正方形❷から、「取りつくし法」を用いて円周率が3より大きく4より小さいことを図形の周の長さ(辺の長さの合計)で証明しよう!

図形の性質をうまく使うんだね!

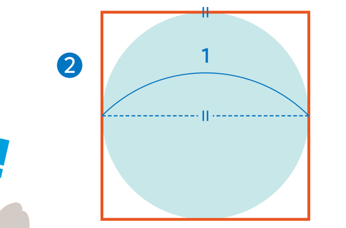
豆知識 アルキメデスは、正九十六角形までの計算をしたといわれています。

プログラムをwebで公開中



内接する正六角形の周の長さ
$$0.5\times6=3$$

上記の正六角形を6等分すると正三角形が6つできます。正六角形の周の長さは3となるため、円周は3より大きいと証明できます。

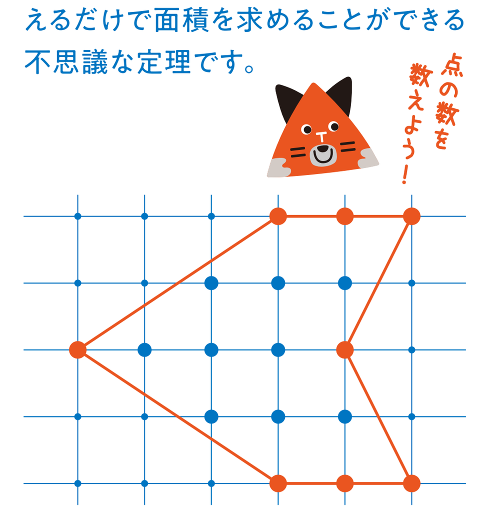


外接する正方形の周の長さ
$$1\times4=4$$

上記の外接する正方形の1辺の長さは、直径1の円と同じ1です。正方形の周の長さは4となるため、円周は4より小さいと証明できます。

複雑な多角形でも簡単!【ピックの定理】

頂点が格子点(マス目)上にある多角形の面積を求める公式です。点を数えるだけで面積を求めることができる不思議な定理です。



数学体感チャレンジ!

ピックの定理を使って面積を求めよう!

左図のような1目盛り1cmの格子点にかいた格子多角形の面積を、下記の公式を使って求めましょう。

面積＝辺の上にある点の数÷2＋内部の点の数−1

豆知識 発見者のピックは、一般相対性理論につながるようなアドバイスをアインシュタインにした数学者といわれています。

答えをwebで公開中

数学の美しい定理のひとつ【オイラーの多面体定理】

穴のない多面体の辺、面、頂点の数に関する定理です。どの多面体においても、**(頂点の数)−(辺の数)+(面の数)=2**という公式が成り立ちます。

数学体感チャレンジ!

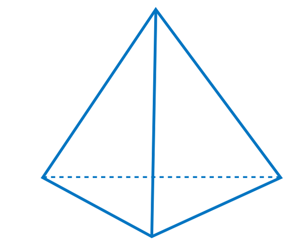
オイラーの多面体定理の公式を使ってみよう!

右の図形の正四面体、正二十面体の空欄を公式を使って求めてみましょう。

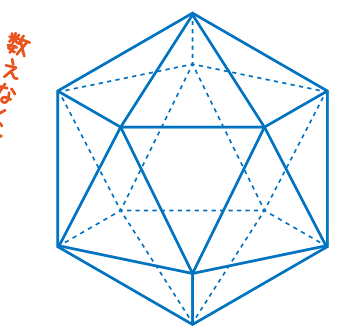
数えなくても公式ですぐに♪

豆知識 正多面体は、正四面体、正六面体(立方体)、正八面体、正十二面体、正二十面体の5種類しか存在しません。「プラトン立体」とも呼ばれています。

答えをwebで公開中



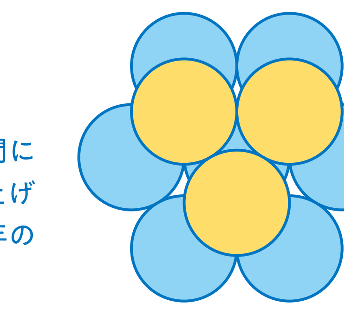
正四面体
頂点の数:□　辺の数:6
面の数:4



正二十面体
頂点の数:12　辺の数:□
面の数:20

八百屋さんは知っている?【ケプラー予想】

同じ球を高い密度で効率良く空間に詰め込む方法はオレンジを積み上げる方法と同じであることが、400年の歳月を経て証明された難問です。

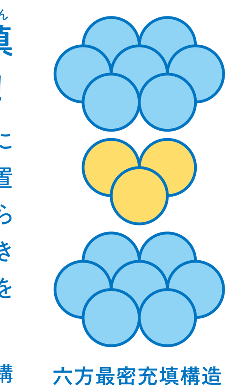


六方最密充填構造 真上からの図

数学体感チャレンジ!

最も高密度な六方最密充填(じゅうてん)構造でボールを積み上げよう!

1段目は、六角形のような見た目になるように1個のボールの周りに6個のボールを配置します。2段目は、1段目の3個のボールからできたくぼみに1個のボールを乗せていきます。3段目は1段目と同じようにボールを配置して、これを繰り返していきます。



六方最密充填構造 立体的な図

ボールを何段積み上げられるかな?

豆知識 球の重ね方が異なる立方最密充填構造も充填率(密度)が同じ約74%です。

未解決問題 パターンを見つけて数学者に?【ゴールドバッハの予想】

4以上の偶数はすべて、素数と素数を足した数でできているという、いまだ証明されていない整数論における有名な未解決問題です。

$4=2+2$
$6=3+3$
$8=3+5$
$10=3+7$　$10=5+5$
$12=5+7$
$14=3+11$　$14=7+7$
⋮
$30=7+23$　$30=11+19$　$30=13+17$

パターンがきっとあるはず!?

数学体感チャレンジ!

ゴールドバッハの予想に挑戦しよう!

4から30までの偶数で、この予想に挑戦してみましょう。2つの素数を足して偶数になる数の組み合わせは、複数ある場合もあります。例えば18という偶数は、18=5+13、18=7+11の2通りあります。足して偶数になる2つの素数の組み合わせを全部探してみましょう。

豆知識 1742年にゴールドバッハがオイラーに宛てた手紙がきっかけです。

答えをwebで公開中

有名な三大作図問題のひとつ【角の三等分問題】

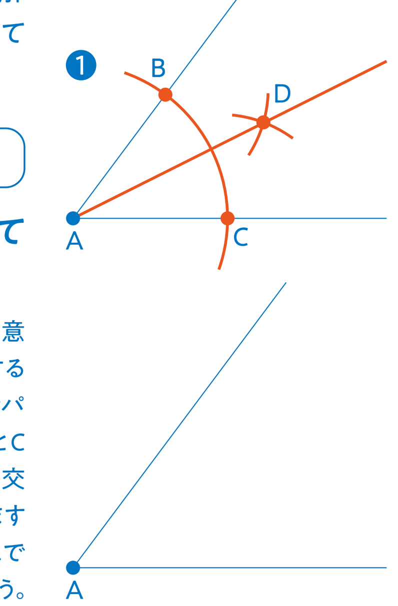
「目盛りのない定規とコンパスを使って、任意の角を三等分にせよ」という問題です。数学的には、この問題を解くことが不可能であることが示されています。

三等分できる? できない!?

数学体感チャレンジ!

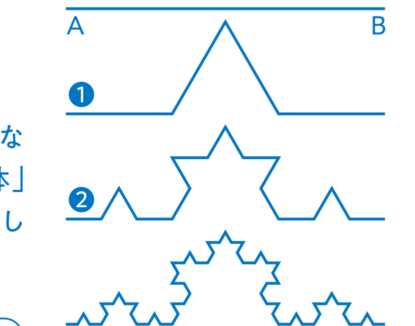
不可能問題に、チャレンジしてみよう!?

目盛りのない定規とコンパスを使って、任意の角の二等分はできます。∠Aを二等分する場合は、点Aを中心とする円の一部をコンパスを使って描き、交わった点をB・Cとし、BとCからそれぞれまた円の一部を描き、交わった交点をDとし、AとDを結ぶと∠Aが二等分されます(❶)。∠Aを、目盛りのない定規とコンパスで三等分することにチャレンジしてみましょう。



一部分が全体と同じ形?【フラクタル】

雪の結晶や積乱雲、リアス式海岸などの「部分」を拡大してみると「全体」と同じ形をしていて、それが繰り返し現れる構造になっています。



数学体感チャレンジ!

コッホ曲線(フラクタルの一つ)を描いてみよう!

まず右上の図のようにA、Bを線で結びます。その線を3等分して、真ん中の線を底辺とする正三角形を描きます。描いた後、その底辺を削除すると、同じ長さの線分が4本ある❶のような図形ができあがります。そして、この4本の線分に対して、先ほどと同じ作業を繰り返すと、❷のような16本の線分ができあがります。その後も、すべての線分に対して、この作業を何度も繰り返すことで、図形はだんだんと複雑化していき、コッホ曲線になっていきます。

同じ形だ!?

豆知識 フラクタルとは、一部を拡大すると全体と同じように見える図形のことです。フランスの数学者マンデルブロが発見しました。ブロッコリーの房も、1つ1つを拡大すると、ブロッコリーの房全体と同じような形をしています。

プログラムをwebで公開中

足し算と掛け算の大小を比較!【ABC予想】

1以外に同じ約数を持たない自然数(正の整数)a,bで$a+b=c$を作り、a,b,cのそれぞれ互いに異なる素因数を掛け合わせたものをdとします。このときcが$d^{1+\varepsilon}$より大きくなることは珍しい、という予想。京都大学・望月新一教授によって証明が発表された、整数の大小についての超難問です。※εは任意の正の数

9の方が大きくなるのはどっちだろう?

数学体感チャレンジ!

ABC予想の珍しい組み合わせ式はどっち?

1+8=9 or 2+7=9

ABC予想に当てはめ、上記のcが$d^{1+\varepsilon}$より大きくなるのはどちらか計算してみましょう。今回、εを仮に0.2としましょう($d^{1.2}$)。

ヒント 8は2の3乗なので素因数は2、9は3の2乗なので素因数は3です。

答えをwebで公開中

長い間、数学者を悩ませた【フェルマーの最終定理】

意味は分かりやすいのに、長年証明できなかった定理です。nを3以上の自然数とするとき、$x^n+y^n=z^n$を満たす自然数(正の整数)x,y,zの組は存在しません。

$$3^3+4^3=5^3$$
$$3^4+4^4=5^4$$
$$3^5+4^5=5^5$$

同じ数を3回、4回、5回と掛け算してみてね

数学体感チャレンジ!

300年以上、誰も解くことができなかった問題を体感しよう!

nが1の場合は$1^1+2^1=3^1$など、自然数の足し算になります。nが2の場合は$x^2+y^2=z^2$となり、ピタゴラスの定理として証明されている、$3^2+4^2=5^2$などが当てはまります。ではnが3、4、5の場合はどうなるでしょうか。ピタゴラスの定理を満たす自然数の組x=3、y=4、z=5を当てはめて、計算してみましょう。$x^n+y^n=z^n$が成立しますか?

豆知識 フェルマーはこの定理に対し「驚くべき証明を発見したが、余白が狭くて書ききれない」と書き残していたそうです。

答えをwebで公開中